La magnitude des étoiles

1.a. L'éclat d'une étoile

<u>L'éclat</u> d'une étoile, noté E, est la quantité d'énergie arrivant par unité de temps et par unité de surface perpendiculaire au rayonnement. Son unité est exprimée dans le système internationale par des joules par seconde et par mètre au carré ou par des watts par mètre au carré :

$$[E] = J/(s\ m^2) \quad \text{ou} \quad [E] = W / m^2$$

L'éclat du Soleil au voisinage de la Terre (juste au-dessus de l'atmosphère) a été mesuré et vaut $E = 1'350\ W / m^2$. Ce qui veut dire qu'avec 1 m^2 de capteurs solaires on pourrait faire fonctionner, si le rendement était de 100%, en permanence 13,5 lampes de 100 watts. Avec 10 m^2 de capteurs on ferait fonctionner 135 lampes de 100 watts et ainsi de suite.

1.b. La luminosité d'une étoile

<u>La luminosité</u>, notée L, d'une étoile est la quantité d'énergie rayonnée par unité de temps par l'étoile. On l'exprime en joules par seconde ou plus communément comme une **puissance** donc en watts.

$$[L] = J/s \quad \text{ou} \quad [L] = W$$

On peut par exemple déterminer la luminosité du Soleil, si l'on connaît son éclat E et sa distance r à l'endroit où l'on mesure l'éclat. Cette luminosité vaut en effet le produit entre l'éclat E de l'étoile par la surface $4\pi r^2$ de la sphère sur laquelle a été mesuré l'éclat.

$$\mathbf{L = E\, 4\pi r^2}$$

(Cette relation est valable dans la mesure où le rayonnement est considéré comme isotrope, c'est-à-dire le même dans toutes les directions, et qu'il n'y a pas d'absorption de ce rayonnement par un corps dans la sphère de rayon r).

Pour le Soleil on trouve, avec $E = 1'350\ W / m^2$ et $r = 1,5\ 10^{11}$ m (distance moyenne Terre-Soleil),

$$L = 1'350\ 4\ \pi\ (1,5\ 10^{11})^2 = 3,82\ 10^{26}\ W$$

Soit environ 400 millions de milliards de milliards de watts ! C'est une puissance phénoménale. Pour essayer d'imaginer une telle puissance, on peut calculer que si toute la puissance du Soleil était concentrée sur la Terre, la température des océans monterait en environ une seconde à 100 degrés !!

Remarques :

- nous avons accès habituellement à l'éclat E de l'étoile. Pour trouver sa luminosité L, il faut connaître la distance r qui nous sépare de cette étoile.

- la luminosité est une grandeur fixe pour une étoile donnée. Son éclat E dépend par contre de la distance r à cette étoile, c'est une fonction de r :

$$E(r) = \frac{L}{4\pi r^2}$$

Autrement dit, si l'étoile est observée à une distance r deux fois plus grande, son éclat se trouve divisé par quatre. Si l'étoile est observée à une distance r dix fois plus grande, son éclat se trouve divisé par cent, etc...
- on conclut qu'une étoile qui nous apparaît plus brillante qu'une autre (on voit son éclat E) n'est pas forcément intrinsèquement plus lumineuse qu'une autre (sa luminosité L peut être plus petite). Tout dépend de la distance à laquelle elle se trouve.

Exercices :
- La luminosité d'une étoile A est 16 fois plus petite que celle d'une étoile B. L'étoile B se trouve à 20 années-lumière de l'observateur. Celui-ci ne distingue pas de différence d'éclat entre les deux étoiles. Où se trouve l'étoile A ?
- Une étoile A nous apparaît 4 fois plus brillante qu'une étoile B. Sachant que l'étoile A se trouve 3 fois plus proche que l'étoile B, comparer les luminosités.

1.c La magnitude apparente

Le catalogue d'étoiles le plus ancien que nous connaissons est celui dressé par Hipparque en 150 av. J.C. qui classait 1'080 étoiles selon leur "grandeur" : les étoiles les plus brillantes étaient appelées étoiles de première grandeur et les plus faibles de sixième grandeur. Ce catalogue est resté pendant près de seize siècles l'ouvrage de référence des observateurs. Le principe de cette classification a été conservé mais transcrit de manière rigoureuse en terme de magnitude apparente, notée m.
Il s'avère que les étoiles notées visuellement de première grandeur ou magnitude 1 sont 100 fois plus lumineuses que les étoiles de sixième grandeur ou magnitude 6. Les étoiles de première grandeur sont 2,5 fois plus lumineuse que les étoiles de deuxième grandeur (mag 2) qui elles sont 2,5 fois plus brillante que les étoiles de troisième grandeur (mag 3). Et ainsi de suite. A une échelle arithmétique des grandeurs (liée à la physiologie de l'oeil) correspond une échelle géométrique des éclats. C'est sur cette considération que l'anglais Norman Pogson proposa en 1856 l'échelle quantitative des magnitudes qui est aujourd'hui toujours en vigueur :

$$\mathbf{m = -2{,}5 \log E + constante}$$

La constante est une constante de calibration arbitraire mais fixe qui définit la magnitude zéro. La différence de magnitude apparente de deux étoiles est alors donnée par :

$$\boxed{\mathbf{m_1 - m_2 = 2{,}5 \log (E_2/E_1)}}$$

Exemples :
- soit une étoile 1 dont l'éclat E_1 est 100 fois plus grand que celui E_2 d'une étoile 2. Le rapport des éclats E_2/E_1 vaut donc 1/100 et le log de ce rapport vaut ainsi -2 et en

multipliant par 2,5 on trouve -5, ce qui correspond à la différence des magnitudes entre les deux étoiles. Si par exemple la première est de magnitude 3, la 2ème est de magnitude 8.

- soit une étoile 1, de magnitude 21, dont l'éclat est un million de fois plus faible que celui d'une étoile 2. Le rapport des éclats E_2/E_1 vaut un million et le log de ce rapport vaut 6 et en multipliant par 5 on trouve 15, ce qui correspond à la différence de magnitude entre les deux étoiles. L'étoile 2 a donc une magnitude 6.

Remarque : avec cette échelle, plus la valeur de la magnitude est un grand nombre, plus l'éclat de cette étoile est faible, ce qui est contraire au bon sens. On parlera ainsi curieusement d'étoiles de faible magnitude (mag 20) et d'étoiles de forte magnitude (mag 0, mag 1).

D'autre part, cette échelle permet des magnitudes négatives : plus la magnitude d'un astre est négative, plus cet astre nous apparaît brillant. Il en va ainsi du Soleil, de la Lune, de quelques planètes et étoiles.

Comparons la différence de magnitude entre deux étoiles avec le rapport de leur éclat.

Différence des mag	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Rapport des éclats	**2,5**	**6,3**	**16**	**40**	**100**	**250**	**630**	**1'600**	**4'000**	**10'000**

Il est également possible de connaître précisément le rapport des éclats connaissant la différence des magnitudes entre les deux astres. Pour y parvenir, il suffit d'isoler ce rapport des éclats dans la formule précédente. On trouve alors :

$$\mathbf{E_2/E_1 = 10^{0,4\,(m1\ -\ m2)}}$$

Exemples :

- L'étoile polaire a une magnitude apparente de 2,0 et Sirius a une magnitude de -1,5. La différence des magnitudes vaut 2 - (-1,5) = 3,5. En multipliant par 0,4 on trouve 1,4 et 10 à cette puissance donne 25, ce qui veut dire que l'éclat de Sirius est 25 fois plus élevé que celui de la Polaire.
- Dans les années 70, le télescope du Mont-Palomar (5 m de diamètre) pouvait enregistrer photographiquement des étoiles de magnitude 23,5. Le télescope Hubble arrive maintenant à la magnitude 30 (poses de 18 h en CCD !). La différence des magnitudes est de 6,5 ce qui donne un rapport des éclats de 400. Hubble voit des astres 400 fois plus faibles que le Mont-Palomar !!

Remarque importante : l'éclat d'une étoile et donc sa magnitude apparente dépend du récepteur (oeil, film photo ou CCD). Les couleurs sont perçues en intensité de manière différente suivant que le récepteur est un oeil ou un film photographique. Il convient donc de manière générale de faire la différence entre une magnitude visuelle et une magnitude photographique. Pour la magnitude visuelle, on considère un "oeil moyen" et pour la magnitude photographique, on adopte un standard bien précis (filtres calibrés).
Dans ce qui suit **nous parlerons implicitement de la magnitude apparente visuelle**.

Magnitudes des astres les plus courants :

Soleil : - 26	Pleine Lune : - 15	Quartier de Lune : - 8
Vénus : de - 4,8 à -3,6	Jupiter : de - 2,9 à - 1,6	Mars : de - 2,6 à 1,8
Sirius : - 1,5	Mercure : de -1,5 à 3,5	Saturne : de 0,3 à 1,7
Uranus : 6	Neptune : 8	Pluton : 14

Quelques étoiles brillantes (Véga, Arcturus, Rigel, Bételgeuse, Capella) : 0

Environ 300 étoiles ont une magnitude plus forte que 3,5 (c'est-à-dire m < 3,5).

Environ 7'500 étoiles ont une magnitude plus forte que 6,5 (magnitude limite pour l'oeil)

La plupart des amas globulaires dans le catalogue Messier : de 6 à 8

La plupart des amas ouverts dans le catalogue Messier : de 6 à 7

La plupart des galaxies dans le catalogue Messier : de 8 à 10

Magnitudes en fonction de l'instrument utilisé :

Cette magnitude limite s'entend dans des conditions de ciel parfaites et au voisinage du zénith.

Oeil jeune (diamètre de la pupille : environ 7 mm) : 6,5

Oeil vieux (diamètre de la pupille : environ 4,5 mm) : 5,5

Compte tenus que l'observateur ne voit qu'une demie-sphère céleste et que le ciel n'est pas parfait au voisinage de l'horizon (absorption atmosphérique), on estime qu'un oeil jeune voit au maximum 2'000 étoiles sur la voûte céleste.

Jumelles de 50 mm de diamètre : 10

Télescope de 15 cm de diamètre : 13

Télescope de 40 cm de diamètre : 15 en visuel et 20 à 21 en CCD

Télescope de 5 m de diamètre : 20,5 en visuel et 24 en photo classique 26,5 en CCD

Télescope de 10 m de diamètre : 22 en visuel et 28 en CCD

Hubble Space Télescope (2,4 m de diamètre) : 30 en CCD (18 h de pause)

Comment déterminer la magnitude limite d'un instrument ?

On va se contenter d'un calcul approximatif en faisant deux hypothèses :

- la magnitude limite visuelle est d'environ 6,5 pour un oeil dont la pupille est de 7 mm de diamètre.
- on négligera les pertes internes de l'appareils liées aux réflexions, absorbtions et obstructions. La magnitude obtenue surestime la vraie valeur habituellement de 0,1 à 0,3 magnitude.

Quand il pleut, pour obtenir beaucoup d'eau dans un seau, il faut que son diamètre soit grand ou plus précisément la surface récoltrice doit être grande : si l'on double cette surface on doublera la quantité d'eau récoltée. Il en va de même en optique. Pour obtenir plus de lumière, il faut augmenter la surface de l'objectif (miroir ou lentille), donc augmenter le diamètre de cet objectif. **<u>Pour cette raison le diamètre de l'objectif de l'instrument est sa caractéristique principale</u>**. On parle ainsi d'une lunette de 13 cm, d'un télescope de 60 cm, etc...
Comme la surface de l'objectif est proportionnelle au carré de son diamètre, doubler le diamètre D d'un instrument revient à quadrupler sa surface S et obtenir ainsi 4 fois plus de lumière. De manière générale on peut donc écrire :

$$\mathbf{E_1/E_0 = S_1/S_0 = D_1^2/D_0^2 = (D_1/D_0)^2}$$

où E_1, respectivement E_0, est l'éclat vu à travers un instrument de diamètre D_1, respectivement D_0.

En insérant cette relation dans celle de la magnitude, nous obtenons :

$$\boxed{\mathbf{m_0 - m_1 = 5 \log (D_1/D_0)}}$$

m_0 = magnitude de l'astre regardé à travers l'instrument de référence (pour l'oeil $m_0 = 6{,}5$ et $D_0 = 7$ mm = 0,7 cm)
m_1 = magnitude qui nous apparaît de ce même astre regardé à travers un instrument de diamètre D_1.
$m_0 - m_1$ = gain (où perte) en magnitude de l'instrument de diamètre D_1 comparé à l'instrument de diamètre D_0.

Exemples :

- Une étoile, juste visible à l'oeil nu donc de magnitude 6,5, est regardée dans une lunette de 13 cm. Le rapport des diamètres de la lunette et de l'oeil vaut $D_1/D_0 = 13/0{,}7 = 18{,}6$. Cinq fois le log de cette expression nous donne 6,3. L'étoile dans l'instrument nous apparaît comme une étoile vue à l'oeil nu de magnitude 7 - 6,3 = 0,2, ce qui correspond à une étoile de première grandeur. Cela veut dire qu'une étoile de magnitude 7 se voit très très bien dans la lunette. Le gain en magnitude étant de 6,3, la lunette peut donc voir des étoiles jusqu'à la magnitude de 6,5 + 6,3 soit la magnitude limite de 12,8.

- Cherchons le gain en magnitude du VLT (Very Large Telescope = 4 télescopes de 8 m de diamètre, soit l'équivalent en surface d'un télescope de 16 m de diamètre) par rapport à l'oeil. Le rapport des diamètres est D_1/D_0 = 1'600/0,7 = 2'285. Cinq fois le log de cette expression donne 16,8 qui est le gain en magnitude. La magnitude limite est donc de 6,5 + 16,8 = 23,3 !

Exercice : trouver

- la magnitude limite d'un télescope de 20 cm.
- le gain en magnitude d'un télescope de 40 cm par rapport à un télescope de 20 cm.
- en déduire la magnitude limite du télescope de 40 cm.
- le gain en magnitude d'un télescope de 60 cm par rapport à un télescope de 40 cm.
- en déduire la magnitude limite du télescope de 60 cm.

La magnitude traitée jusqu'à maintenant est la magnitude visuelle. Toutefois, plus aucun observatoire professionnel ne travaille en visuel et il serait intéressant de connaître jusqu'à quelle magnitude ils grimpent en photographie. Cette magnitude limite peut rencontrer deux "ennemis" :

- le défaut de réciprocité pour les émulsions photographiques standards : normalement doubler le temps de pause correspond à doubler la quantité de lumière obtenue sur le film. Toutefois cette affirmation, si elle effective pour des courts temps de pause (habituellement inférieurs à la minute) ne marche plus pour des temps de plusieurs dizaines de minutes et au bout d'un moment le film "sature" et le gain devient nul.
- le bruit de fond du ciel : celui-ci n'est jamais parfaitement noir et il viendra empêcher de distinguer des objets extrêmements faibles de ce fond de ciel.

Pour remédier à ces deux défauts, on utilise :

- la caméra CCD qui n'a pas le défaut de réciprocité : doubler le temps de pause correspond à doubler la quantité de lumière obtenue sur le chip.
- s'affranchir de l'atmosphère en allant "au-dessus" d'elle : c'est le cas du Hubble Space Telescope qui malgré un diamètre plus petit (2,4 m) que les instruments terrestres (8 à 10 m) obtient des magnitudes limites supérieures car l'image n'est pas voilée par le bruit du ciel, négligeable hors atmosphère. Il faut cependant qu'il réalise des temps de pause extrêmement longs, ce qui est possible (18 h par exemple!) mais dans des limites raisonnables puisque les tâches qui lui sont confiées sont extrêmement nombreuses.

Sur la Terre, on peut estimer que le gain en magnitude obtenu par les méthodes photographiques est :

- de 3 à 4 magnitudes pour la photographie conventionnelle.
- de 5 à 7 magnitudes pour la CCD (plutôt 5 pour les amateurs et un ciel moyen)

Exercice

On admet qu'une bonne caméra CCD atteint la magnitude visuelle limite du télescope en environ 2 secondes. En supposant le bruit du fond du ciel négligeable, trouver le gain en magnitude :

- au bout d'une minute de temps de pause
- au bout de 16 minutes de temps de pause

1.d La magnitude absolue

Pour vraiment pouvoir comparer la luminosité de deux étoiles, il faut les placer (virtuellement, cela va sans dire) à une même distance de nous. Cette distance est fixée conventionnellement à 10 parsecs (nous verrons cette unité de distance plus loin, disons déjà qu'un parsec vaut 3,26 années-lumière).

> **Par définition, la magnitude absolue, notée M, d'une étoile est sa magnitude apparente lorsqu'elle est placée à 32,6 années-lumière de nous.**

Autrement dit, toutes les étoiles qui sont à moins de 32,6 années-lumière auront une magnitude absolue plus élevée que leur magnitude apparente. C'est en particulier évidemment le cas du Soleil, dont la distance nous séparant de lui ne vaut "que" 150 millions de km, soit 8 minutes-lumière.

Proposons-nous de déterminer alors la magnitude absolue d'un astre si l'on connaît sa distance d et sa magnitude apparente m.
Soit E l'éclat de l'étoile à sa vraie distance d et E* l'éclat qu'elle aurait si elle était placée à une distance D fixée à 10 parsecs ou 32,6 années-lumière. L est la luminosité de cette étoile. En reprenant la définition de la magnitude, on a :

$$m = -2{,}5 \log E + \text{constante}$$
$$M = -2{,}5 \log E^* + \text{constante}$$

En soustrayant les deux équations, on obtient :

$$m - M = 2{,}5 \log (E^*/E)$$

L'éclat E dépend de la luminosité L et de la distance r : $E(r) = \frac{L}{4\pi r^2}$

Le rapport des éclats vaut : $\frac{E^*}{E} = \frac{d^2}{D^2}$

En insérant dans l'équation plus haut, on trouve finalement :

$$\mathbf{m - M = 5 \log (d/D)} \qquad \textbf{avec } \mathbf{D = 10\ pc = 32{,}6\ al}$$

relation que l'on peut écrire, à condition d'exprimer d en parsecs, sous la forme :

$$\mathbf{m - M = 5 \log d - 5} \qquad \textbf{avec d exprimée en pc}$$

Cette dernière relation est communément appelée **module de distance.** La magnitude apparente de l'astre étant donnée, on peut déterminer sa magnitude absolue si l'on connaît sa distance d ou inversément, si l'on connaît sa magnitude absolue, on peut déterminer sa distance. Pour appliquer correctement cette formule, on doit supposer que la lumière émise par l'étoile ne subisse pas d'absorption par la matière interstellaire.

Exemples d'application :

1) Déterminons la magnitude absolue visuelle du Soleil : la magnitude apparente visuelle du Soleil est de -26,7. Sa distance d est de 150 millions de km soit 500 s ou 8,3 minutes-lumière ou 1,58 10^{-5} année-lumière ou encore 4,86 10^{-6} parsecs. En prenant le module de distance, on trouve :

$$M = m + 5 - 5 \log d$$

soit :

$$M = -26{,}7 + 5 - 5 \log 4{,}86\ 10^{-6} = 4{,}9$$

Donc, le Soleil, placé à 32,6 al, ne brillerait que comme une modeste étoile de magnitude 4,9.

2) Déterminons la magnitude absolue visuelle de Déneb : sa magnitude apparente visuelle est de 1,3. Déneb figure parmi les étoiles visibles à l'oeil nu comme étant une des plus éloignées : 1'800 années-lumière (soit 550 parsecs).

$$M = 1{,}3 + 5 - 5 \log 550 = -7{,}4$$

Donc, Déneb, placée à 32,6 al, brillerait pratiquement autant fort qu'un quartier de Lune !

Il est bien clair qu'une comparaison des magnitudes absolues permet de comparer les luminosités des étoiles puisqu'elles se trouvent placées à la même distance de nous.

La différence des magnitudes absolues entre Déneb et le Soleil vaut 4,9 - (-7,4) = 12,3. En reprenant la formule :

$$E_2/E_1 = 10^{0{,}4\,(m1\ -\ m2)}$$

En tenant compte qu'il s'agit de magnitudes absolues et donc que le rapport des éclats vaut le rapport des luminosités, on obtient :

$$L_2/L_1 = 10^{0{,}4\,(M1\ -\ M2)} = 10^{0{,}4\ 12{,}3} = 83'000$$

Déneb brille 83'000 fois plus fort que le Soleil !!

Si nous regardons les tables, nous remarquons que Déneb est indiquée comme 100'000 fois plus lumineuse que le Soleil. L'application de notre formule nous fournit le bon ordre de grandeur mais pas le chiffre exact. En fait, nous avons déterminé, en partant de la magnitude apparente visuelle, la magnitude absolue visuelle et donc le rapport visuel des luminosités. Le rapport des luminosités indiqué dans les tables concerne la luminosité totale des astres, c'est-à-dire la luminosité des astres qui tient compte du rayonnement visible (du violet au rouge) et du rayonnement invisible (par exemple le rayonnement infrarouge et ultraviolet) : c'est pour cette raison que le rapport des tables diffère quelque peu de celui qu'on calcule via la magnitude apparente visuelle et la distance.

Kohler Alain